

**LA VIABILIDAD FINANCIERA DEL
SISTEMA DE PENSIONES DE REPARTO:
APLICACIÓN A LA CONTINGENCIA DE JUBILACIÓN DEL
RÉGIMEN GENERAL DE LA SEGURIDAD SOCIAL ESPAÑOLA***

José Enrique Devesa, Ana Lejárraga y Carlos Vidal**

WP-EC 99-16

Correspondencia a: Enrique Devesa: UNIVERSITAT DE VALÈNCIA, Departamento de Economía Financiera y Matemática, Edificio Departamental Oriental, Campus dels Tarongers, 46022 Valencia, e-mail: Enrique.Devesa@uv.es

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.
Primera Edición Diciembre 1999.

Los documentos de trabajo del IVIE ofrecen un avance de resultados de las investigaciones económicas en curso, con objeto de generar un proceso de discusión previa a su remisión a las revistas científicas.

* Quisiéramos agradecer los valiosos comentarios de los profesores R. Meneu, F. Muñoz, y M. Ventura de la Universidad de Valencia y O. Licandro de FEDEA y la Universidad Carlos III. También nos hemos beneficiado de los comentarios recibidos en dos congresos en los que se presentaron versiones preliminares (III Simposio Internacional sobre Seguridad Social celebrado en Santa Fe de Bogotá (Colombia) del 29 de Septiembre al 1 de octubre de 1999 y X Congreso de AECA celebrado en Zaragoza los días 24 al 26 de Septiembre de 1999). También manifestamos nuestro agradecimiento al evaluador anónimo. Debe quedar bien establecido que cualquier error que pudiera contener el trabajo es enteramente imputable a los autores.

** J.E. Devesa, A. Lejárraga y C. Vidal: Univeritat de València.

LA VIABILIDAD FINANCIERA DEL SISTEMA DE PENSIONES DE REPARTO: APLICACIÓN A LA CONTINGENCIA DE JUBILACIÓN DEL RÉGIMEN GENERAL DE LA SEGURIDAD SOCIAL ESPAÑOLA

José Enrique Devesa, Ana Lejárraga y Carlos Vidal

RESUMEN

La proposición de Samuelson (1958) -un sistema de pensiones, financiado a través de transferencias intergeneracionales, sólo será viable en el largo plazo si el TIR del sistema no supera la tasa de crecimiento de los salarios más la tasa de crecimiento estable de la población cotizante- es la idea principal sobre la que se edifica el trabajo realizado. Enlaza con el debate reabierto, con impulso renovado en los últimos años, sobre la viabilidad y adecuación de los sistemas de Seguridad Social (S.S.); fenómeno que es analizado concisamente en la introducción. A continuación, se efectúa una breve revisión de la principal literatura disponible relacionada con la aplicación del tanto interno de rendimiento (TIR) a los sistemas de reparto. Tras definir el concepto del TIR aplicado a un cotizante, se realiza una extensión del mismo al conjunto del sistema, con el modelo de **Bravo (1996)** como referente, obteniéndose dos expresiones aproximadas, básica y derivada, que nos proporciona una visión muy rica de los elementos demográficos, financieros, económicos y reglas de aplicación que influyen en dicho tanto. Por último, dado que el modelo resultante permite calcular el TIR con suma facilidad, a partir de la definición de los parámetros básicos estimados u observados en el sistema, se aplica para determinar la viabilidad financiera futura del sistema de pensiones de jubilación español, régimen general, utilizando las dos expresiones fundamentales desarrolladas.

PALABRAS CLAVE: España, Jubilación, Pensiones, Sistema de reparto, Seguridad Social, Tanto interno de rendimiento (TIR).

ABSTRACT

The main idea upon which this paper is based is that outlined by **Samuelson (1958)** -that a pensions system, financed by way of transfers between generations, will only be viable in the long term if the internal rate of return of the system does not exceed the growth rate of salaries plus the stable growth rate of the contributors-. This is linked to the debate that has been reopened and carried on with renewed force over the last few years as to the viability and suitability of Social Security (SS) systems, a phenomenon which is analysed briefly in the introduction. This is followed by a short review of the main literature available on the subject of applying the internal rate of return to pay-as-you-go systems. After defining the concept of the internal rate of return as applied to a contributor, this is extended to the system as a whole, using the model put forward by **Bravo (1996)** as a referent. Thus two approximate expressions are obtained, basic and derived, which provide us with a complete idea of the demographic, financial and economic elements and the rules of application that have an influence on this rate of return. Finally, given that the resulting model enables the internal rate of return to be calculated very easily by defining the basic parameters estimated or observed in the system, this is applied to determine the future financial viability of the general Spanish retirement pensions system, using the two basic expressions developed.

KEY WORDS: Internal rate of return, Pay-as-you-go systems, Pensions, Retirement, Social Security Spain.

JEL: H55, J11, J26.

I. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos 15 años, Asociación Internacional de la Seguridad Social (1998), el debate sobre la naturaleza, viabilidad y campo de aplicación de los sistemas públicos de pensiones ha alcanzado en todo el mundo un nivel sin precedentes. Este debate viene principalmente impulsado por el deseo de reestructurar los sistemas económicos, vigorizar las instituciones de previsión ineficaces, públicas o privadas, adecuar la protección social a las condiciones económicas reales, hacer frente a los cambios demográficos y reflejar la transformación de la filosofía social acerca de la importancia relativa de la previsión individual y colectiva frente a la jubilación.

En la mayoría de los países de la OCDE, Espina (1996), en donde la idea de la solidaridad intergeneracional y la responsabilidad del conjunto de la sociedad sigue estando muy arraigada y por eso el Estado adopta un papel importante, los criterios prácticos que están guiando los estudios y las medidas de reforma de los sistemas de pensiones son: definir con rigor el sistema, controlar el crecimiento de los desequilibrios previsibles a largo plazo mediante modificaciones gradualistas, anunciar las reformas con tiempo suficiente para que los ciudadanos no se vean atrapados, y corregir los mecanismos y técnicas de protección que se consideran más disfuncionales en cada sistema. También se aprecia, Turner y Watanabe (1995), una tendencia paulatina, pero firme, hacia la privatización del sistema, que, fundamentalmente, avanza por dos vías: de manera implícita mediante recortes en las prestaciones de los sistemas públicos y, explícitamente, con la introducción de medidas incentivadoras de las pensiones privadas o mediante la sustitución directa.

En USA, cuyo sistema público de pensiones es de reparto pero con un fondo acumulado especial para hacer frente a la jubilación de la generación del *baby boom*, se está viviendo una intensa controversia¹ sobre la necesidad de reformar el actual modelo. Algunos estudiosos de gran prestigio, Feldstein (1998) o Kotlikoff, Smetters

¹ Véase los trabajos presentados en las últimas reuniones anuales, principalmente las del 96 y 98, de la Asociación Económica Americana.

y Walliser (1998), abogan abiertamente por un cambio hacia un sistema de capitalización ya que, según los proponentes, generaría un incremento del bienestar del conjunto de la sociedad y lo inmunizaría frente al riesgo político; aunque es cierto que hay posturas contrarias al cambio, Brown (1999), sólidamente fundamentadas.

En países en vías de desarrollo del sudeste asiático o algunos de América Latina² las reformas han sido drásticas³, transformando sus sistemas de pensiones en sistemas de ahorro y capitalización individual en donde alcanza una importancia crucial la idea de responsabilidad individual y libertad de elección, por tanto, los individuos asumen la carga de las pensiones. Se ha buscado con estos sistemas una consolidación de los mercados de capitales, una reducción de la carga estatal, una mayor participación de la gestión privada y de la persona en la previsión de los riesgos personales y, sobre todo, un aumento de la claridad y transparencia del sistema al hacerlo independiente de los vaivenes políticos.

España no ha quedado fuera del debate suscitado sobre la viabilidad del sistema de Seguridad Social. En los últimos cinco años se han realizado numerosas investigaciones encaminadas a cuantificar los problemas futuros del sistema de pensiones. En los trabajos presentados⁴, en los que básicamente se utilizan modelos⁵

² Numerosos trabajos se han ocupado recientemente de estos países, de los que podemos destacar: Arenas de Mesa (1997), Arenas de Mesa y Bertranaou (1997), Ataliba y Mitchell (1997), Bertin y Perrotto (1997) o Mesa Lago (1997).

³ Chile (1981) fue el pionero en las reformas; aplicando, quizás, la más drástica. En la década siguiente, Perú (1993) y Colombia (1994) fueron los que, tomando elementos del modelo chileno, reformaron sus sistemas pero han mantenido en paralelo el sistema público de reparto. Argentina (1994) creó un sistema integrado, en donde la pensión proviene de diversas fuentes. Uruguay (1996) introdujo un sistema similar al argentino, pero ha cerrado la incorporación al sistema antiguo. México (1997) ha establecido un sistema con muchos puntos comunes con el chileno, pero con administración pública y privada de los fondos. También Bolivia (1997) y El Salvador (1997) han realizado recientes reformas.

⁴ Entre estos estudios se pueden citar, sin ánimo de realizar una enumeración exhaustiva: Montero (1999), Meneu (1998), Mateo (1997), Herce (1997), Barea y González-Páramo (1996), Piñera y Weinstein (1996), o Herce y Pérez (1995).

⁵ La mayoría son de naturaleza contable, parten de una situación inicial dada (estructura poblacional por edades, cuantías medias de las pensiones, etc.) y realizan proyecciones de ingresos y gastos a legislación constante con hipótesis sobre parámetros externos, pero adolecen, según Durán y López García (1996), de falta de información sobre las relaciones de comportamiento entre las diversas variables. De entre los citados cabe destacar, desde el punto de vista metodológico, el trabajo de

de simulación, existe un consenso casi generalizado, respecto a que el sistema de pensiones actual presentará problemas graves en el medio plazo si no se toman medidas para corregir las desviaciones que se producirán, principalmente debido al envejecimiento poblacional. Alguno de ellos, como es el de Herce y Alonso (1998), introducen el impacto de la recuperación del empleo y del crecimiento económico producido en los años 1997 y 1998, junto con las medidas de *consolidación* establecidas con la legislación del año 1997, y concluyen que las perspectivas de nuestro sistema público de pensiones, tras la adopción de la última de sus reformas, apenas ha cambiado respecto a los análisis que se han realizado en los últimos años, si bien, la favorable coyuntura del empleo parece que será más beneficiosa para el sistema de pensiones que la propia ley de consolidación.

Un análisis completo de la bibliografía relacionada muestra que no todos los investigadores están de acuerdo con el diagnóstico de la supuesta inviabilidad financiera del sistema. Uno de los trabajos en esta línea es el de Muñoz de Bustillo y Esteve (1997), que, a partir de un sencillo modelo económico que relaciona la tasa de dependencia del sistema con sus variables fundamentales, afirman que el envejecimiento de la población puede ser neutralizado *fácilmente* por el comportamiento de la productividad, la tasa de actividad, la tasa de empleo y el crecimiento económico. También cabe incluir aquí a Zubiri (1996), aunque su argumentación es diferente; partiendo de la legitimidad de que el sector público financie las pensiones, al menos parcialmente, mediante aportaciones de impuestos generales, en tanto la pensión per cápita sea inferior a la renta per cápita del país la sostenibilidad del sistema de pensiones queda asegurada, luego, esta es la variable relevante y no la evolución del empleo, la productividad o el número de pensionistas.

No cabe duda de que el intenso debate sobre las perspectivas del sistema de pensiones también se ha instalado firmemente en la opinión pública. Hace casi cinco años, Herce y Pérez-Díaz (1995), un porcentaje importante de la población española, 43%, ya se mostraba convencida de que la *crisis de las pensiones* era real. En otro

Meneu (1998) que incorpora elementos de optimización y ciertas hipótesis de comportamiento y el de Montero (1999) que realiza un análisis de equilibrio general dinámico.

estudio posterior, Alvira-Miranda, García y Blanco (1996), un amplio número de personas manifestaba su preocupación por el futuro de las retribuciones en el momento de la jubilación, siendo mayor en las personas entre cuarenta y seis y cincuenta y cinco años y entre los que disponen de menos ingresos. Se detectaba un amplio consenso en la opinión pública española sobre la necesidad de que exista un sistema privado de previsión, estando esta opinión más generalizada entre las personas de menos edad. El sistema de previsión pública era valorado en conjunto negativamente; sólo los jubilados lo valoraban positivamente.

Por último, según Pérez-Díaz, Álvarez y Chuliá (1997), hay una conciencia creciente del *problema* e incluso el convencimiento gradual de que las reformas son necesarias y de que el sistema en su forma actual no puede ir muy lejos. Su inquietud acerca del sistema de pensiones públicas hay que verla no como el resultado de una actitud pesimista y sombría hacia el futuro, sino como una toma de conciencia de lo que le parece que es la realidad a la que hay que adaptarse.

El enfoque que se va a desarrollar en la presente investigación está íntimamente relacionado con la proposición de Samuelson (1958). Esta idea, en concreto la utilización del tanto interno de rendimiento, ha sido aplicada recientemente en España, por Jimeno y Licandro (1999) para determinar la viabilidad financiera del sistema de pensiones, por Bandrés y Cuenca (1998) con el objetivo de determinar el efecto de la reforma de 1997 sobre la equidad intrageneracional en las pensiones de jubilación, por Herce (1997) como nexo de unión entre los sistemas de reparto y capitalización, por Monasterio, Sánchez y Blanco (1996), para concretar la equidad de los distintos regímenes de jubilación, y por Durán (1995), con la finalidad de calcular la rentabilidad de lo cotizado por pensiones. También ha sido considerada por Barea (1997) para alguno de sus análisis recientes sobre el sistema de pensiones español.

La estructura del trabajo es la que a continuación se expone: en el epígrafe segundo después de realizar una breve referencia de los trabajos más destacados relacionados con la proposición de Samuelson (1958), se puntualiza el concepto del

TIR aplicado a un cotizante, subrayando los principales inconvenientes de este enfoque. En el epígrafe tercero, partiendo del modelo de Bravo (1996), se realiza una extensión del concepto anterior al conjunto del sistema, lo que permite conocer con claridad cuáles son los elementos que influyen en el tanto, qué relación permanente cotizantes-pensionistas se utiliza o cómo influye el equilibrio o desequilibrio financiero sobre el tanto de una determinada cohorte. En el cuarto epígrafe se aplican las expresiones obtenidas en el epígrafe anterior a las pensiones de jubilación correspondientes al régimen general de la S.S. española con el objetivo de contrastar la viabilidad futura del sistema; también se cuantifica el impacto financiero previsto de algunas de las reformas propuestas en los últimos años para mitigar los desequilibrios previsibles. El quinto epígrafe queda dedicado a las conclusiones. El trabajo finaliza con diversos apéndices en donde se detallan los pasos a seguir para obtener las dos aproximaciones principales, se obtiene la tasa de crecimiento demográfico estable, medido en un corte transversal, en términos de población económicamente activa respecto de los jubilados y se desglosan diversos datos.

II. EL TIR ESPERADO Y APARENTE DE UN COTIZANTE EN EL SISTEMA DE PENSIONES DE JUBILACIÓN

La idea básica de Samuelson (1958), todavía plenamente en vigor y profusamente referenciada en la literatura, es que un sistema de pensiones financiado a través del reparto o de transferencias intergeneracionales, sólo será viable en el largo plazo si el TIR del sistema no supera la tasa de crecimiento de los salarios más la tasa de crecimiento estable de la población cotizante, o lo que es lo mismo no supera el crecimiento de la base fiscal del sistema; por tanto, la viabilidad financiera del sistema de reparto estará enlazada, Murphy y Welch (1998), con el promedio de crecimiento económico sostenible a largo plazo, y éste será el referente para fijar la sostenibilidad del sistema.

Esta proposición, que ha sido también considerada por Aaron (1966), y en la que basó su conocida paradoja sobre la Seguridad Social, es complementada y

desarrollada entre otros por Keyfitz (1985) que estudia cómo se ve afectado el TIR según sea el tamaño de la cohorte de los individuos que se consideren; Lapkoff (1988) y (1991) que analiza cómo afecta la inestabilidad demográfica al rendimiento financiero de distintas cohortes, llegando a conclusiones distintas a las de Keyfitz; y, Bravo (1996) que desarrolla los elementos demográficos, económicos y las reglas que influyen en el TIR.

Algunos investigadores, Boskin y Puffert (1987), se han inclinado por el estudio de los tantos reales efectivamente proporcionados por el sistema de reparto, concluyendo, en el caso norteamericano, que el sistema suele proporcionar valores mucho más elevados en el inicio que en su madurez. Schnabel (1997), en una línea similar, concluye que las generaciones nacidas en los años ochenta en Alemania soportarán tantos negativos.

Otra línea de investigación mucho menos explorada es la que estudia el TIR dentro de una misma cohorte o generación. Esta preocupación queda recogida por Rofman (1993), que enfoca sus investigaciones hacia el efecto que la diferente mortalidad, a la que están sometidos los individuos según edad, sexo, raza, nivel de educación, ingresos o lugar de residencia, produce en el TIR.

El concepto de TIR deriva del análisis de inversiones y su generalización no responde a la perfección técnica que le corresponde, ya que su aplicación puede dar lugar a numerosas paradojas que lo pueden hacer inconsistente. En nuestro caso, no aparecerán las tan temidas inconsistencias porque en el análisis de flujos que se utiliza para determinar la viabilidad financiera del sistema de pensiones de jubilación no hay cambios de signo. El tanto será un indicador que medirá para todo el ciclo de vida de un individuo, generación o cohorte de individuos, cuál es la relación entre las cotizaciones efectuadas (o que razonablemente se espera que efectúen) y las prestaciones recibidas (o que razonablemente se espera que reciban), aunque, como acertadamente señalan Murphy y Welch (1998), el concepto es algo confuso, ya que se está utilizando el término rendimiento cuando realmente no se invierte en un activo que proporciona un rendimiento explícito, sino que se emplea para relacionar

las transferencias entre generaciones. Por ello se considera clave definir de manera correcta este concepto.

El TIR esperado, aparente⁶ y *a priori* para un cotizante, que se incorpora al mercado laboral a la edad de **a** años, en un sistema de reparto puro con prestaciones de jubilación, se define como el valor del parámetro **i** de la ley de capitalización compuesta que iguala actuarialmente el flujo de cotizaciones con el de prestaciones.

El valor actual actuarial real de las cotizaciones de un trabajador a lo largo de su período activo, descontado al tanto **i** queda reflejado en la siguiente ecuación:

$$V_{\text{COT}} = \sum_{t=0}^{j-1-a} {}_tP_a c_{a+t} W_a (1 + \alpha^*)^t (1 + \beta)^{-t} (1 + i)^{-t} \quad (1.)$$

en donde la notación utilizada es:

i: Tanto interno de rendimiento real.

a: Edad del individuo al incorporarse al mercado laboral.

j: Edad del individuo al alcanzar la jubilación.

${}_tP_a$: Probabilidad de que una persona de edad **a** años alcance la edad **a+t** años.

c_{a+t} : Porcentaje de cotización a la edad **a+t** años.

W_a : Salario a la edad **a**, que se supone coincidente con la base de cotización.

α^* : tanto anual de crecimiento nominal de los salarios, que se supone constante.

$W_{a+t} = W_a (1 + \alpha^*)^t$: Salario a la edad **a+t**.

β : tanto de crecimiento anual de la inflación, que se supone constante.

El valor actual actuarial de las prestaciones por jubilación, aplicando de manera simplificada la legislación española en vigor, descontadas al tanto **i** hasta el origen, (momento de la entrada en el mercado laboral) es:

⁶ Aparente porque se adopta el supuesto de que el sistema está financieramente equilibrado en el largo plazo. Si no fuera así, este desequilibrio probablemente alteraría el tanto inicialmente esperado.

$$V_{\text{PREJ}} = \sum_{t=j-a}^{w-1-a} P_{\text{JUB}} \cdot P_a (1 + \lambda^*)^{t-(j-a)} (1 + \beta)^{-t} (1 + i)^{-t} \quad (2.)$$

en donde:

λ^* : tanto anual de crecimiento nominal de las pensiones.

P_{JUB} : Pensión de jubilación inicial a los 65 años.

$$P_{\text{JUB}} = r(j) r(c) B_{\text{REG}} \quad (3.)$$

$r(j)$: Tasa de sustitución en función de la edad de jubilación⁷.

$r(c)$: Tasa de sustitución en función del número de años cotizados.

$$r(c) = \left\{ \begin{array}{l} \text{si } (j - a) < 15 \Rightarrow 0 \\ \text{si } 15 \leq (j - a) \leq 25 \Rightarrow 50\% + 3\% (j - a - 15) \\ \text{si } 25 < (j - a) \leq 35 \Rightarrow 80\% + 2\% (j - a - 25) \\ \text{si } (j - a) > 35 \Rightarrow 100\% \end{array} \right\} \quad (4.)$$

B_{REG} : Base reguladora.

$$B_{\text{REG}} = \frac{1}{15} \sum_{t=1}^{15} W_{j-t} (1 + \beta)^{\max(0, t-2.5)} \quad (5.)$$

en el exponente de la fórmula de la base reguladora queda recogido, aunque de una manera simplificada, la no actualización de los salarios de los dos años previos a la fecha de jubilación.

⁷ Depende de diversas circunstancias como el haber cotizado antes de una determinada fecha, el número de años de cotización, etc.

El TIR esperado a priori para un activo en el sistema de reparto puro con prestaciones de jubilación surgirá igualando las ecuaciones 1 y 2. El tanto obtenido será distinto si se calcula *a posteriori* considerando que el cotizante ha sobrevivido, por ejemplo, hasta la edad $a+t$ años y en ese instante se plantea la ecuación entre las cotizaciones efectivamente realizadas, las que eventualmente realizará hasta la edad de jubilación y las prestaciones previstas hasta la fecha de fallecimiento.

Si se toman, a modo de ejemplo ilustrativo inicial, las condiciones del régimen general de la S.S. en España, suponiendo una estructura salarial con crecimiento real, constante, anual, acumulativo; probabilidades de mortalidad y supervivencia derivadas de las tablas GRMF-95; crecimiento de las pensiones de acuerdo con una inflación del 2%; crecimiento de los salarios del 3%; prestaciones y cotizaciones pagaderas al principio del año; jubilación a los 65 años; densidad de cotizaciones del 100%; y tipo de cotización constante del 14%; entonces el TIR esperado, *a priori*, aparente, real para un activo, según edad de inicio y sexo queda recogido en la tabla 1.

El tipo de cotización constante del 14% necesita de un comentario especial. Dado que no hay asignación legalmente establecida, se supone que del total de cotizaciones por contingencias comunes aplicables al régimen general, aproximadamente un 49% se destina a la contingencia de jubilación, en el año 1999, lo que nos proporciona un valor del tipo de cotización de aproximadamente el 14%. En todo caso, se trata de una aproximación teórica, ya que se ha partido de las cotizaciones previstas y es indudable que parte de ellas nunca se cobrarán. Como ejemplo cabe mencionar que Jimeno y Licandro (1999) utilizan un tipo de cotización del 15% y, Durán (1995) un 24,8%, pero considera además de la jubilación las contingencias de invalidez y viudedad.

Tal y como puede apreciarse en la Tabla número 1 llama la atención la gran disparidad del valor calculado en función de las circunstancias personales de los cotizantes, tales como edad de incorporación, sexo, años cotizados, edad de jubilación, etc.

Tabla 1: TIR real, esperado y aparente a priori para la jubilación en el régimen general

EDAD DE INICIO	AÑOS COTIZADOS	T.S. %	TIR HOMBRES	TIR MUJERES
20	45	100	3,32	4,07
25	40	100	3,90	4,68
30	35	100	4,66	5,47
35	30	90	5,28	6,15
40	25	80	6,15	7,08
45	20	65	7,07	8,07
50	15	50	8,42	9,51

El TIR del sistema, que en la realidad sería una media ponderada de los distintos valores calculados y el resto de las circunstancias que podrían darse, también se podría aproximar a través de diversos individuos que se consideraran representativos del mismo, Boldrin y Otros (1999), mediante cualquier otro enfoque similar tal y como realiza Durán (1995) o a través de la observación de datos reales, Bandrés y Cuenca (1998), que determinan el TIR en función del número de años promedio de cotización.

III. APROXIMACIÓN AL CÁLCULO DEL TIR DEL SISTEMA.

No cabe duda de que el enfoque anterior presenta una serie de inconvenientes como son la falta de claridad sobre los elementos que influyen en el tanto obtenido al generalizarlo como representativo del sistema, ya que no informa sobre qué relación permanente cotizantes-pensionistas se utiliza o cómo influye el equilibrio o desequilibrio financiero. Todas estas cuestiones y algunas más se intentan solventar en este epígrafe, en el que, partiendo del modelo de Bravo (1996), se realiza una extensión del concepto del TIR, planteando su cálculo para el conjunto del sistema, y obteniéndose dos expresiones fundamentales que denominaremos básica y derivada.

III.1. Expresión básica: reglas del sistema

La terminología adicional a utilizar es la siguiente:

i : TIR implícito en términos reales del sistema.

θ^* : Tasa de indización de la base reguladora (salarial) con relación a la variación nominal de los salarios.

α : Tanto anual de crecimiento real de los salarios.

λ : Variación de la pensión una vez causada respecto al crecimiento real de los salarios, de tal manera que si el valor es 1 significa que evolucionan de igual manera, cualquier valor distinto del mismo indicaría un crecimiento desigual. En condiciones normales oscilará entre cero y uno.

$C = (a, j)$: Intervalo posible de edades laborales.

$R = (j, w)$: Intervalo posible de edades en estado de jubilación.

w : Edad límite de la tabla de mortalidad utilizada.

k : Años que se consideran para el cálculo de la base reguladora: $0 < k \leq j - a$.

$A_B = j - ((k+1)/2)$: Promedio de edad de los activos/cotizantes que corresponde al cálculo de la base reguladora.

$A_C = (a+j-1)/2$: Promedio de edad de los activos/cotizantes.

$A_R = j + e_j/2$: Promedio de edad de los pasivos/pensionistas.

e_j : Esperanza de vida completa a la edad de jubilación, j .

$y(x,t)$: Salario de un individuo de edad x en el momento t . Como se supone que las remuneraciones aumentan a una tasa constante α entonces: $y(x,t) = y(x,0)e^{\alpha t}$

c : Tasa de cotización sobre los salarios, que se asume que en todo momento coinciden con las bases de cotización.

$C(a,j)$: Densidad de cotización, es el cociente entre el promedio de años vividos desde la incorporación al mercado laboral hasta la jubilación y el número máximo de años a vivir hasta dicha fecha.

$$C(a, j) = \frac{\frac{T_a - T_j}{l_a}}{j - a} = \frac{e_a - e_j}{j - a} P_a < 1 \quad (6.)$$

T_a : Cantidad de existencia correspondiente a los individuos de edad a años. Es el número de años vividos por los sobrevivientes de edad a años desde el aniversario a -ésimo hasta la completa extinción de la generación.

T_j : Cantidad de existencia correspondiente a los individuos de edad j años.

l_a : Número de individuos de edad a años.

e_a : Esperanza de vida completa a la edad de incorporación al mercado laboral, a .

$C(j, w)$: Densidad de pensión, es el cociente entre el promedio de años vividos desde la jubilación y el número teórico máximo de años a vivir desde dicha fecha.

$$C(j, w) = \frac{\frac{T_j}{l_j}}{w - j} = \frac{e_j}{w - j} < 1 \quad (7.)$$

l_j : Número de individuos de edad j años.

$r(j)$: tasa de sustitución correspondiente a la edad de jubilación j , que se aplica sobre la base reguladora para obtener la pensión de jubilación.

$S^k(j, t)$: Salario o base reguladora del individuo de edad j en el momento t . Es el promedio de los salarios sobre los k años previos a j . Se puede aproximar a través del salario representado por el promedio de la edad del conjunto de los activos/cotizantes que corresponde al cálculo de la base reguladora.

$$S^k(j, t) \approx S^k(j, 0) e^{t\alpha} \approx y(A_B, 0) e^{-(j-A_B)\alpha} e^{t\alpha} \quad (8.)$$

$S^C(j, t)$: Salario o base reguladora completa del individuo de edad j en el momento t . Promedio de y sobre la totalidad de la carrera laboral, es decir $j-a$ años. Se puede

aproximar a través del salario representado por el promedio de edad del conjunto de los activos/cotizantes.

$$S^C(j, t) = S^C(j, 0) e^{t\alpha} \approx y(A_C, 0) e^{-(j-A_C)\alpha} e^{t\alpha} \quad (9.)$$

El valor de la pensión de un individuo de edad j en el tiempo t , es el producto de la tasa de sustitución por la base reguladora:

$$P(j, t) = r(j) S^k(j, t) \approx r(j) S^k(j, 0) e^{t\alpha} \approx r(j) y(A_B, 0) e^{-(j-A_B)\alpha} e^{t\alpha} \quad (10.)$$

La pensión media del sistema en cualquier año t se corresponderá con la de los jubilados de edad A_R años en ese año t . Si $t=A_R-a$, entonces:

$$P(A_R, A_R - a) = r(j) S^k(j, j-a) e^{\lambda(A_R-j)\alpha} \approx r(j) y(A_B, 0) e^{\alpha((A_R-j)\lambda+(A_B-a))} \quad (11.)$$

ya que:

$$S^k(j, j-a) \approx y(A_B, 0) e^{-\alpha(j-A_B)} e^{\alpha(j-a)} = y(A_B, 0) e^{\alpha(A_B-a)} \quad (12.)$$

En el caso de que la base reguladora se calculara con indización de los salarios previos, y denominándose θ a la tasa de indización, la pensión anterior quedaría:

$$P(A_R, A_R - a) = r(j) S^k(j, j-a) e^{\lambda(A_R-j)\alpha} \approx r(j) y(A_B, 0) e^{\alpha[(A_R-j)\lambda+(A_B-a)+\theta(j-A_B)]} \quad (13.)$$

siendo:

$$S_{\theta^k}(j, t) = S_{\theta^k}(j, t) e^{t\alpha} \approx y(A_B, 0) e^{-(j-A_B)\alpha} e^{t\alpha} e^{\theta(j-A_B)} \quad (14.)$$

El TIR implícito de participar en el sistema es el que se desprende de satisfacer la restricción del ciclo de vida, igualando las cotizaciones y las pensiones del mismo para una determinada generación:

$$\int_a^j c C(a, j) y(x, x-a) e^{-ix} dx = \int_j^w r(j) C(j, w) P(x, x-a) e^{-ix} dx \quad (15.)$$

estaríamos desplazándonos a través de la curva que, en el gráfico número 1, se corresponde con la del sistema. Si se relaciona con la tabla de salarios y pensiones del sistema, se correspondería con los valores (a, 0); (a+1, 1);(A_C, A_C-a),....(A_B, A_B-a),(j, j-a),(A_R, A_R-a),.....siendo los valores entre paréntesis el par (Edad, tiempo).

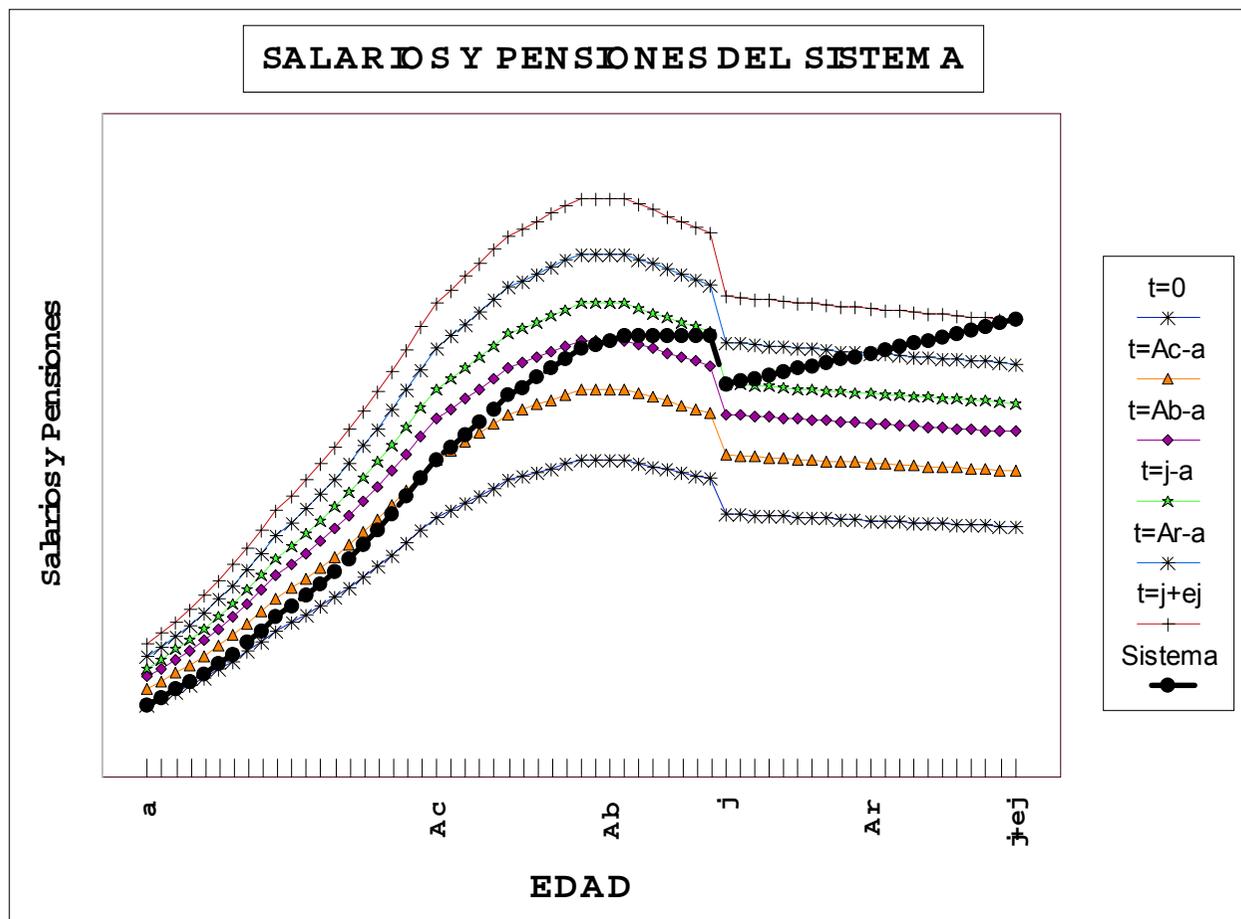
De la ecuación integral número 15 se obtienen, véase apéndice 1, dos aproximaciones, la primera con tantos reales de crecimiento:

$$i \approx \frac{1}{A_R - A_C} \left[\ln \frac{r(j)}{c} + \ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} + \ln \frac{y(A_B, 0)}{y(A_C, 0)} + \alpha [\theta(j - A_B) + (A_B - A_C) + (A_R - j)\lambda] \right] \quad (16.)$$

y la segunda, con tantos nominales de crecimiento, pero que resulta más versátil al explicitar la inflación:

$$i \approx \frac{1}{A_R - A_C} \left[\ln \frac{r(j)}{c} + \ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} + \ln \frac{y(A_B, 0)}{y(A_C, 0)} + \alpha * [\theta * (j - A_B) + (A_B - A_C) + (A_R - j)\lambda *] \right] - \beta \quad (17.)$$

Gráfico 1: Evolución de los salarios y pensiones de jubilación del sistema



La aproximación del TIR presenta una estructura similar a la obtenida por Bravo (1996), aunque en nuestra expresión aparecen elementos como la indización de las bases de cotización, el promedio de años de cotización según las tablas biométricas de mortalidad, la esperanza de vida de los jubilados y la revalorización de las pensiones respecto a la inflación. En concreto la expresión 17 depende de:

1-La relación entre la tasa de sustitución y la de cotización, que normalmente presentará un valor superior a la unidad, con lo que el neperiano será mayor que cero:

$$\left[\ln \frac{r(j)}{c} \right] > 0 \quad (18.)$$

2-El cociente entre la esperanza de vida a la edad de jubilación y el número de años promedio de cotización; todo ello debido exclusivamente a factores biológicos:

$$\left[\ln \frac{e_j}{C(a, j)(j - a)} \right] > 0 \quad (19.)$$

3-La relación entre la base reguladora y el salario promedio del período activo que, dada la curva⁸ característica de los salarios, es de esperar que dicho cociente siempre sea mayor que uno.

$$\left[\ln \frac{y(\mathbf{A}_B, 0)}{y(\mathbf{A}_C, 0)} \right] > 0 \quad (20.)$$

⁸ Tres países tan diferentes como Chile, España y USA, tienen perfiles muy similares, véase los trabajos de Arrau (1991) o Devesa y Vidal (1999).

En el caso extremo de que $k=j-a$, entonces $A_B=A_C$ y por tanto, la expresión 20 sería igual a cero.

4-La política de indización de la base reguladora:

$$\alpha^*[\theta^*(j - A_B)] > 0 \quad (21.)$$

5-El producto de la tasa nominal de crecimiento salarial y la diferencia entre la edad media de los trabajadores incluidos en el período regulador y la edad media representativa del conjunto de los cotizantes:

$$\alpha^*[(A_B - A_C)] > 0 \quad (22.)$$

que al igual que en el punto tercero, en el supuesto de que $k=j-a$, dicha expresión sería igual a cero.

6-La política de revalorización de las pensiones ya causadas:

$$\alpha^*[(A_R - j)\lambda^*] \geq 0 \quad (23.)$$

7-Los seis elementos ya descritos están afectados (multiplicados) por un cociente formado por la unidad en el numerador, y en el denominador la diferencia entre la edad media de los pensionistas y la media de los cotizantes. Parece claro pues que el diferente grado de envejecimiento de los colectivos de activos y pasivos influye en el TIR implícito proporcionado por el sistema.

$$\frac{1}{A_R - A_C} \quad (24.)$$

8-La tasa de inflación promedio del período.

En el supuesto de indización total de la base salarial, $\theta^*=1$, y de las pensiones, $\lambda^*=1$, respecto al crecimiento nominal de los salarios y con $k=j-a$, entonces la fórmula 17 queda reducida a:

$$i \approx \frac{1}{A_R - A_C} \left[\ln \frac{r(j)}{c} + \ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} \right] + \alpha^* - \beta \quad (25.)$$

que representaría el TIR teórico máximo a alcanzar en el supuesto de considerar toda la historia laboral del sistema e indización perfecta respecto de los salarios. Sólo en algún caso muy concreto, con valores de k muy reducidos y con un perfil de la curva de salarios muy extraño se podría conseguir un mayor valor del TIR con la fórmula 17. La expresión 25 sería la que se correspondería con unas reglas de cálculo de la pensión y su revalorización posterior más claras. En este caso la relación tasa de sustitución/cotización alcanzaría máximo sentido ya que no quedaría desvirtuada por normas arbitrarias sobre revalorizaciones, indizaciones, períodos reguladores etc.

De estos elementos analizados, hay algunos que son exógenos desde el punto de vista de la *autoridad* que controla el sistema de pensiones: las relaciones de demografía, crecimiento salarial real e inflación; sin embargo, hay otros que sí son de su responsabilidad: indizaciones respecto de los salarios, revalorizaciones de las pensiones una vez causadas, bases reguladoras, tasa de sustitución y de cotización, edad de jubilación; en definitiva todo lo que hace referencia a la legislación específica de cómo determinar la pensión y su evolución y el balance financiero que a continuación vamos a desarrollar.

III.2. Expresiones derivadas: relación entre los aspectos económicos, demográficos y el balance financiero

Realizando algunas transformaciones se pueden obtener expresiones más ricas del tanto, véase apéndice 2, en donde todavía se aprecia con mayor claridad la interrelación entre los aspectos económicos, demográficos y financieros del sistema de reparto. En este caso, el tanto interno toma la siguiente expresión:

$$i \approx \frac{1}{A_R - A_C} \left[\ln \frac{1-F}{D} + \ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} \right] + (\alpha^* - \beta) \quad (26.)$$

y queda reducido a tres componentes:

- 1-El balance financiero (**F**), complemento a la unidad de la fracción entre gasto por pensiones y la recaudación por cotizaciones, y la tasa de dependencia (**D**), relación pensionistas/cotizantes.
- 2-El cociente entre el número promedio de años de jubilación y actividad.
- 3-El tanto de crecimiento real de los salarios.

Esta expresión nos permite explorar acerca de la influencia de los desequilibrios financieros temporales. Los sistemas de reparto no suelen estar siempre financieramente equilibrados, frecuentemente aparecen situaciones de déficit o superávit que se mantienen temporalmente. Tanto su signo como la gestión de la *autoridad* del sistema tienen incidencia sobre el TIR de los individuos pertenecientes a las cohortes afectadas.

En el supuesto de superávit del sistema, tal y como ocurrió en el caso español a finales de los sesenta y principios de los setenta, si la *autoridad* decide no reducir las cotizaciones para alcanzar el equilibrio inmediato y destina el excedente a incrementar los activos públicos, se produce una disminución del TIR de los individuos de las cohortes afectadas.

De igual manera, cuando se produce un déficit temporal y la autoridad no incrementa las cotizaciones para alcanzar el equilibrio, sino que lo financia a través de desinversiones, se genera un incremento del TIR de los individuos de las cohortes afectadas.

Si el desequilibrio es estructural, consecuencia de una mala relación actuarial entre las cotizaciones y las tasas de sustitución correspondientes y se financia permanentemente con incrementos o reducciones de impuestos, el TIR del sistema sería similar al obtenido en caso de equilibrio financiero.

Si el sistema está equilibrado financieramente ($F=0$), la expresión 26 queda reducida a dos componentes:

$$i \approx \frac{\left[\ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} + \ln \frac{C_z}{P_s} \right]}{A_R - A_C} + (\alpha^* - \beta) = \mu + (\alpha^* - \beta) \quad (27.)$$

1-La primera exclusivamente circunscrita a aspectos demográficos y que se puede interpretar, por analogía con la idea de Bravo (1996), como la tasa de crecimiento demográfico μ -medida en un corte transversal- en términos de población económicamente activa respecto de los jubilados.

2-La segunda, el crecimiento real de los salarios.

Esta expresión⁹ también permite realizar algunas consideraciones interesantes. En economías estancadas, con crecimiento salarial real en torno a cero, poblaciones envejecidas y relación cotizantes (C_z)/pensionistas (P_z) alrededor de 2, el TIR está próximo a cero o es incluso negativo. Estas sociedades envejecidas sólo proporcionarán rendimiento positivo si la economía es capaz de crecer a un ritmo elevado.

⁹ Tiene otras alternativas, véase apéndice 2.

Por otra parte, alteraciones permanentes de la relación cotizantes/pensionistas requerirán un ajuste de los parámetros básicos del sistema para que el equilibrio financiero se mantenga. Si el ajuste no recae sobre la tasa de cotización, un aumento de la relación cotizantes/pensionistas aumentará la tasa de sustitución y esto provocará un incremento del TIR del sistema. De igual manera, una disminución de la relación cotizantes/pensionistas implicará, si no se quiere alterar el equilibrio financiero, una reducción del tanto del sistema.

Otra interpretación alternativa, es la que continuamente viene siendo utilizada en la literatura; la parte derecha de la relación 27 –dado que en el largo plazo el crecimiento real de los salarios es asimilable al crecimiento de la productividad del factor trabajo– representa el crecimiento del producto interior bruto; por lo que el tanto del sistema debe ser o estar muy cercano al crecimiento del PIB. Esta interpretación en el plano real puede contrastarse en sistemas que han mantenido el equilibrio financiero; así por ejemplo, Seidman (1998) asevera que, de promedio, el tanto de rendimiento ha sido, en USA, aproximadamente igual a la media de crecimiento de la economía.

La proposición de Samuelson está referida al caso de población estable. Se considera que una población evoluciona de manera estable cuando sus tasas de fecundidad y mortalidad no sufren cambios a lo largo del tiempo y no aparecen intercambios migratorios. Entre otras cuestiones, población estable implica que el peso relativo de cualquier grupo de edad x permanece o se mantiene constante, es decir, el tamaño relativo de las distintas cohortes no cambia a lo largo del tiempo.

En la realidad, encontrar una población con tasa de fecundidad y mortalidad constante y sin saldo migratorio en el largo plazo es muy improbable. Si se considera que la tasa de crecimiento de la población, n , es estable esto implica que la razón de dependencia se puede expresar como¹⁰:

¹⁰ Véase demostración en el apéndice 3.

$$D \approx \left[\frac{e_j}{C(a, j) (j - a)} \right] e^{-(A_r - A_c) n}$$

(28.)

y si se sustituye en la ecuación 27, queda:

$$i \approx n + (\alpha^* - \beta)$$

(29.)

Por lo tanto, el TIR de un sistema de reparto financieramente equilibrado es aproximadamente igual a la tasa de crecimiento de la población más la tasa de crecimiento real de los salarios, siendo válido tanto para un modelo de población estable como en el marco de poblaciones no estables.

IV. VIABILIDAD FINANCIERA DEL SISTEMA PÚBLICO DE PENSIONES DE JUBILACIÓN ESPAÑOL: RÉGIMEN GENERAL

Se ha elegido el régimen general como representativo del conjunto del sistema principalmente por: En él se integran aproximadamente el 72% del total de los activos, presenta el menor componente de transferencia, Bandrés y Cuenca (1998), o, lo que es lo mismo, mantiene una situación más próxima al equilibrio actuarial dadas sus reglas de cotización; además, la relación cotizantes / pensionistas es la mayor de todos los regímenes exceptuado el de autónomos.

La aproximación de las condiciones teóricas del sistema de pensiones de jubilación español, régimen general, bajo el supuesto de equilibrio financiero inicial, nos proporciona los siguientes valores de aplicación: $r(j)=(0,6-1)$, $c=0,283 \times 0,49=0,14$; $k= 15$, $a= 25$, $j= (60-70)$, $\alpha^*= 0,03$, $\beta= 0,02$, $\theta^*= (13/15) \times (2/3)$; $\lambda^*=$

$(2/3)$, $y(A_B, 0)/y(A_C, 0)=1,05$; además de las tablas de mortalidad **GRM95**¹¹ y **GRF95**, véase apéndice 4, se obtiene la información correspondiente a la densidad de cotización y esperanza de vida. Con los valores anteriores y la ecuación 17 se ha procedido a calcular el TIR, distinguiendo entre hombres y mujeres con distintas edades de jubilación. Los resultados se muestran en la Tabla 2. También se incluye el valor proporcionado por la ecuación 25, entre paréntesis, que nos ilustra cómo están influyendo las reglas concretas establecidas en el sistema.

El TIR del sistema, con las condiciones ideales descritas en el modelo presentado, sería una media ponderada de los 6 valores obtenidos para el intervalo de edad comprendido entre 64 y 66 años, que es donde se producirán la mayoría de las jubilaciones, ya que aunque también hemos calculado el TIR para otras edades, éste sólo es válido a efectos indicativos, puesto que, legalmente, en el futuro no se podrá acceder a la jubilación antes de los 64 años. En cualquier caso, diremos que oscilará entre un 4,67% y un 5,14%.

Tabla 2: Aproximación del TIR para la jubilación en el régimen general

EDAD	TIR % HOMBRES	TIR % MUJERES
70	3,91 (4,35)	4,34 (4,83)
69	4,10 (4,55)	4,50 (5,00)
68	4,29 (4,75)	4,66 (5,18)
67	4,48 (4,96)	4,82 (5,35)
66	4,67 (5,16)	4,98 (5,52)
65	4,87 (5,37)	5,14 (5,70)
64	4,79 (5,30)	5,06 (5,62)
63	4,68 (5,21)	4,95 (5,53)
62	4,55 (5,09)	4,81 (5,41)
61	4,37 (4,93)	4,64 (5,25)
60	4,15 (4,73)	4,43 (5,05)

Este resultado ya se adivinaba en la Tabla 1 aunque el que se obtiene con la fórmula aproximada es más rico y sobre todo más sutil.

¹¹ Se considera que están mucho más adaptadas a la evolución futura de la supervivencia que las actuales tablas españolas.

También hay que resaltar que, lógicamente, proporciona un valor que no está muy alejado del obtenido en el trabajo de Jimeno y Licandro (1999), aunque la diferencia está perfectamente justificada ya que, entre otras cosas, ellos consideran que el tipo de cotización de equilibrio financiero es del 15% y nosotros hemos tomado 1 punto menos; asimismo, se utilizan diferentes tablas de mortalidad. Asimismo, hay que resaltar que los resultados obtenidos para el caso español están bastante alejados de los proporcionados por Boldrin y Otros (1999) para la mayoría de los países de la Unión Europea. En su estudio obtienen un mínimo del 1,95% para Italia y un máximo del 4,94% para Suecia. La diferencia puede estribar en el método de computación y en las simplificaciones realizadas.

La desagregación de las distintas componentes que influyen en el resultado final del tanto muestran (véase apéndice 4) que una reducción importante del TIR, para adecuarlo al crecimiento previsto o esperado del PIB a largo plazo, sólo será posible si se actúa de manera enérgica sobre el binomio tasa de sustitución-tasa de cotización, la edad legal de jubilación o sobre las reglas de revalorizaciones o indizaciones. La actual configuración del sistema de pensiones de jubilación en España, de no producirse un crecimiento económico continuado muy elevado, parece que es inviable en el sentido de Samuelson. Luego, este trabajo no hace más que reafirmar, mediante una aproximación parcial, lo que ya casi parece un hecho estilizado, el sistema de pensiones actual presentará problemas graves en el medio plazo si no se toman medidas para corregir las desviaciones previsibles.

Tomando la edad de 65 años como base para el cálculo del tanto del sistema, en la Tabla 3 aparecen los resultados de aplicar diversas medidas tendentes a hacerlo compatible con un crecimiento histórico (2,80% anual acumulativo en los últimos 25 años) del PIB a largo plazo:

Medida 1- Retraso de la edad de jubilación hasta los **70** años.

Medida 2- Ampliación del periodo de cálculo de la base reguladora a toda la carrera laboral ($k=45$ y $\theta^*=(43/45) \times (2/3)$); es decir, $A_B = A_C \Rightarrow y(A_B, 0) = y(A_C, 0)$.

Medida 3- Revalorización de las pensiones igual a la mitad de la inflación prevista, es decir, $\lambda^*=(1/3)$.

Medida 4- Recorte de la tasa de sustitución, $r(j)$, hasta un nivel suficiente para alcanzar el TIR sugerido anteriormente.

Tabla 3: Impacto acumulativo aproximado de algunas medidas

MEDIDAS	HOMBRES	EFECTO	MUJERES	EFECTO
BASE	4,87	--	5,14	--
Medida 1	3,91	-0,96	4,34	-0,80
Medida 1+2	3,28	-0,63	3,77	-0,57
Medida 1+2+3	3,01	-0,27	3,44	-0,33
Medida 1+2+3+4 ($r^m(70)=0,935$), ($r^f(70)=0,802$)	2,80	-0,21	2,80	-0,64

Como se aprecia en la tabla, sería conveniente combinarlas acumulativamente para obtener, en el caso de los hombres, un tanto aproximadamente igual al señalado. Las mujeres requerirían un ajuste adicional en la tasa de sustitución, de aproximadamente 13 puntos más, con el fin de corregir la positiva discriminación actuarial de la que disfrutaban y situar el tanto cerca del 2,8%. La magnitud de las medidas propuestas está basada en el cumplimiento estricto de todos los supuestos que han dado lugar a la obtención del TIR calculado mediante la aproximación de la fórmula 17.

El objetivo anterior se podría conseguir sin alterar la edad de jubilación y adoptando los supuestos implícitos en la fórmula 25 tendentes a clarificar las reglas del sistema, es decir indización total de la base reguladora, $\theta^*=1$, y de las pensiones, $\lambda^*=1$, respecto al crecimiento nominal de los salarios y con $k=j-a$, con $r^m(65)=0,454$

y $r^f(65)=0,373$. Si se optase por el cambio de reglas, pero con indización de las pensiones respecto a la inflación, los resultados serían $r^m(65)=0,503$ y $r^f(65)=0,428$.

Mayor flexibilidad nos puede proporcionar otra de las aproximaciones obtenidas, la de la fórmula 27, ya que en este caso no es necesario realizar hipótesis alguna sobre la parte de las cotizaciones que se asigna para cubrir las pensiones contributivas de jubilación, ni siquiera sobre la relación tasa de cotización/sustitución. Tomaremos datos directamente observables del sistema, junto con otros que es necesario estimar, relativos al comportamiento demográfico de los cotizantes y pensionistas.

Partiendo de la hipótesis de equilibrio financiero inicial, y si se toman como referencia los siguientes datos¹² del régimen general de la Seguridad Social española del año 1998: $C_z = 9,2553$ millones, $P_s = 2,3158$ millones, $a = 24$ años, $j = 62,4$ años, $A_R = 73,3$ años, $A_C = 39,8$ años, proporción hombres/mujeres $0,65/0,35$ respectivamente, parámetros demográficos de las tablas **GRMF-95**, $C^m(24, 62)=0,9613$, $C^f(24, 62)=0,9819$, $e^m_j=22,69$ y $e^f_j=29,79$ años, $\alpha^*=0,03$ y $\beta=0,02$; el resultado que se obtiene al sustituir en la aproximación anterior es $i \approx 3,97\%$.

El tanto obtenido a través de esta otra aproximación, como era de esperar, no es igual que el anterior. Es lógico que no coincida el resultado ya que para obtener este tanto se están considerando las circunstancias reales: densidad de cotización distinta del 100%, comportamientos diferentes de la mortalidad, cotizaciones inferiores, edades medias de los colectivos que no se corresponden con las teóricas, jubilaciones anticipadas que influyen como hemos visto en la edad de jubilación, además de todas las *arbitrariedades* cometidas a lo largo de los años de funcionamiento, como puede ser la incorporación de pensionistas de otros regímenes y mutuas, legislaciones específicas, etc., que han dado lugar a una determinada

¹² Véase la información disponible en <http://mtas.es> y <http://seg-social.es>. Las aproximaciones sobre las edades medias de cotizantes, pensionistas e incorporados al mercado laboral no son demasiado finas debido a la agregación excesiva de los datos públicos disponibles.

relación tasa de cotización/tasa de sustitución, que es diferente a la teórica utilizada para realizar la aproximación.

En este caso, al suponer que el crecimiento salarial real será del 1% anual acumulativo, el equilibrio financiero del sistema, atendiendo a la ecuación 27, exigirá un crecimiento anual acumulativo de la población cotizante de aproximadamente un 2,97%, lo cual, según las actuales tendencias económicas y demográficas, (para el período 1989-1998 el crecimiento anual acumulativo de la población cotizante ha sido para el régimen general del 2,11% y para el conjunto del sistema de sólo un 1,27%) es altamente improbable que suceda; a pesar de que en los años 1998 y 1999 ha estado creciendo a una tasa superior.

Lo bien cierto es que este valor, alcanzado con datos próximos a la realidad mediante esta segunda aproximación, no nos hace desistir de las afirmaciones anteriores de que el sistema proporciona un rendimiento demasiado elevado para las posibilidades de crecimiento económico sostenible en el largo plazo y que es necesario adoptar medidas para reducirlo, aunque también se puede afirmar que las medidas a tomar para la corrección de las desviaciones financieras podrían no ser tan severas como las propuestas con la primera aproximación.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha recogido el especial interés que en los últimos años ha habido por el estudio de la viabilidad de los sistemas de pensiones de reparto, debido a los distintos problemas financieros por los que atraviesan al llegar a su madurez. Éstos están atribuidos, fundamentalmente, al envejecimiento de la población, lo que provoca una traslación del mayor peso relativo desde los grupos de menor edad hacia los de mayor edad, y a la facilidad para incorporar *concesiones* (riesgo político) y prácticas no recomendables para la salud financiera futura del sistema.

Nuestra aportación al debate sobre la viabilidad de los sistemas de reparto está relacionada con la proposición de Samuelson, para ello se ha partido del modelo de Bravo, si bien se han incorporado una serie de elementos que lo mejoran y además facilitan su interpretación y análisis. Las principales diferencias son: por un lado la incorporación de las probabilidades de supervivencia y de la esperanza de vida, mediante el uso de las densidades de cotización y de pensiones y, por otro lado, la introducción, de manera mucho más nítida y generalizada, de los mecanismos de revalorización de los salarios y adaptación de las pensiones causadas a la inflación, que en nuestro modelo aparece de forma explícita.

El modelo propuesto nos ha permitido contrastar la afirmación de Samuelson tanto para el caso de población estable como inestable, poder desagregar las principales componentes y su grado de importancia aproximada sobre la determinación del TIR del sistema, y clarificar tanto el papel que desempeñan los desequilibrios financieros temporales y permanentes del sistema, así como los cambios duraderos en la razón de dependencia. Todas estas cuestiones no se podrían contestar con la aproximación del TIR del sistema a través del enfoque del apartado II.

El entramado teórico desarrollado en el epígrafe III, con las dos expresiones obtenidas, básica y derivada, se ha aplicado a las pensiones de jubilación del régimen general español. El TIR obtenido, con las condiciones ideales, es de aproximadamente un 5%, lo cual está muy alejado del crecimiento histórico del PIB español (2,8%). Esto nos conduce a concluir que el sistema es inviable en el sentido de Samuelson si no se lleva a cabo un ajuste de cierta consideración. Se podría conseguir un TIR compatible con el crecimiento histórico del PIB mediante la yuxtaposición de cuatro medidas: retraso de la edad de jubilación hasta los 70 años, ampliación del cálculo de la base reguladora a toda la carrera laboral, revalorización de las pensiones igual a la mitad de la inflación y recorte promedio de la tasa de sustitución de 6,5 puntos para los hombres, y hasta 19,8 puntos en las mujeres. Naturalmente, el objetivo deseado se puede obtener mediante otra combinación de medidas a aplicar o la introducción de alguna nueva.

Adicionalmente, se ha obtenido el TIR a través de la aproximación derivada, en la que algunos valores se han tenido que estimar y, en otros casos, se han conseguido del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales, si bien, generalmente, ha habido que adecuarlos para poder aplicarlos al modelo. En este caso, el resultado proyectado ha sido de aproximadamente el 3,97%, que creemos que puede estar más cerca de la realidad pasada, ya que se está considerando (proyectando) las circunstancias reales, que ha dado lugar en el pasado a una relación tasa de cotización/tasa de sustitución compatible, y que, como se ha visto, es diferente de la teórica. De cualquier manera, el TIR sigue siendo muy elevado, ya que suponiendo un crecimiento salarial real del 1% anual acumulativo, el equilibrio financiero se alcanzaría con un crecimiento promedio anual acumulativo de la población cotizante del 2,97%, lo cual parece difícil de conseguir; a pesar de que en 1998 y 1999 lo esté haciendo a una tasa superior.

Finalmente, aunque se ha obviado el análisis del TIR esperado en el resto de los regímenes especiales de la Seguridad Social, en base a las reglas de cálculo aplicables para determinar las diversas pensiones de jubilación, no es aventurado concluir, tal y como se ha puesto de manifiesto en diferentes trabajos, que éste pudiera ser sensiblemente superior al obtenido para el régimen general, lo que no haría sino reforzar las conclusiones anteriormente expuestas.

APÉNDICE 1: OBTENCIÓN DE LA APROXIMACIÓN BASE DEL TIR.

Como en la expresión 15 las funciones implicadas son de tipo exponencial –por lo tanto continuas y suaves- la integral puede aproximarse, sin excesivo error, por el valor de la función integrando para el promedio de edad (o valor promedio) proyectado, por separado, para todo el intervalo de edades laborales y de jubilación:

$$\text{si } \bar{x} \in [a, b] \rightarrow \int_a^b f(x) dx \approx f(\bar{x})[b - a] \quad (30.)$$

de tal manera que si la edad media de los activos es:

$$\bar{x} = \mathbf{A}_c = \frac{a + j - 1}{2} \in [a, j] \quad (31.)$$

la expresión básica de las cotizaciones se transforma en:

$$\int_a^j c C(a, j) y(x, x - a) e^{-ix} dx \approx c \mathbf{S}^c(j, j - a) e^{-i\mathbf{A}_c} C(a, j)[j - a] \quad (32.)$$

de igual manera para las pensiones si se considera que la edad media de los pasivos es:

$$\bar{x} = \mathbf{A}_R = j + \frac{e_j}{2} \in [j, w] \quad (33.)$$

se tiene que:

$$\int_j^w r(j) C(j, w) \mathbf{P}(x, x - a) e^{-ix} dx = r(j) C(j, w) \mathbf{S}_\theta^k(j, j - a) \int_j^w e^{\lambda(x-j)\alpha} e^{-ix} dx \quad (34.)$$

con lo que queda:

$$\int_j^w r(j) C(j, w) \mathbf{P}(x, x - a) e^{-ix} dx \approx r(j) y(\mathbf{A}_B, 0) e^{\alpha[(\mathbf{A}_R - j)\lambda + (\mathbf{A}_B - a) + \theta(j - \mathbf{A}_B)]} e^{-i\mathbf{A}_R} C(j, w) [w - j] \quad (35.)$$

igualando las aproximaciones obtenidas para pensiones y cotizaciones:

$$c S^C(j, j - a) e^{-i\mathbf{A}_C} C(a, j) [j - a] \approx r(j) y(\mathbf{A}_B, 0) e^{\alpha[(\mathbf{A}_R - j)\lambda + (\mathbf{A}_B - a) + \theta(j - \mathbf{A}_B)]} e^{-i\mathbf{A}_R} C(j, w) [w - j] \quad (36.)$$

con lo que:

$$e^{i(\mathbf{A}_R - \mathbf{A}_C)} \approx \frac{r(j)}{c} \frac{\mathbf{e}_j}{C(a, j)(j - a)} \frac{y(\mathbf{A}_B, 0)}{y(\mathbf{A}_C, 0)} e^{\alpha(\mathbf{A}_B - \mathbf{A}_C)} e^{\alpha(\mathbf{A}_R - j)\lambda} e^{\alpha\theta(j - \mathbf{A}_B)} \quad (37.)$$

ya que

$$S^C(j, j - a) \approx S^C(j, 0) e^{\alpha(j - a)} = y(\mathbf{A}_C, 0) e^{-(j - \mathbf{A}_C)\alpha} e^{\alpha(j - a)} = y(\mathbf{A}_C, 0) e^{\alpha(\mathbf{A}_C - a)} \quad (38.)$$

es inmediato obtener el TIR esperado del sistema para una determinada generación:

$$i \approx \frac{1}{\mathbf{A}_R - \mathbf{A}_C} \left[\ln \frac{r(j)}{c} + \ln \frac{\mathbf{e}_j}{C(a, j)(j - a)} + \ln \frac{y(\mathbf{A}_B, 0)}{y(\mathbf{A}_C, 0)} + \alpha[\theta(j - \mathbf{A}_B) + (\mathbf{A}_B - \mathbf{A}_C) + (\mathbf{A}_R - j)\lambda] \right] \quad (39.)$$

La tasa de inflación no aparece de forma explícita lo que provoca dificultades a la hora de estudiar la sensibilidad de la revalorización de las pensiones. Una expresión alternativa se obtiene introduciendo la tasa de indización de salarios y pensiones ligadas al crecimiento nominal de los salarios y explicitando la tasa de inflación:

$$e^{(i+\beta)(A_R-A_C)} \approx \frac{r(j)}{c} \frac{e_j}{C(a,j)(j-a)} \frac{y(A_B,0)}{y(A_C,0)} e^{\alpha^*(A_B-A_C)} e^{\alpha^*(A_R-j)\lambda^*} e^{\theta^*(j-A_B)\alpha^*}$$

(40.)

de donde se obtiene de manera inmediata el nuevo TIR aproximado:

$$i \approx \frac{1}{A_R - A_C} \left[\ln \frac{r(j)}{c} + \ln \frac{e_j}{C(a,j)(j-a)} + \ln \frac{y(A_B,0)}{y(A_C,0)} + \alpha^* [\theta^*(j - A_B) + (A_B - A_C) + (A_R - j)\lambda^*] \right] - \beta$$

(41.)

puede comprobarse en el gráfico 2 que la aproximación realizada incorpora un error muy pequeño. En el tramo de las pensiones es más pequeño que en el de las cotizaciones, aunque dependerá, en gran manera, de la forma funcional de la curva representativa del sistema. En cualquier caso, la riqueza de la fórmula obtenida compensa con creces el pequeño error de cálculo cometido.

APÉNDICE 2: OBTENCIÓN DE LA APROXIMACIÓN DERIVADA DEL TIR.

Para obtener esta aproximación hay que introducir una nueva notación:

D^t : Tasa de dependencia del sistema, en el momento t , es la relación pensionistas/cotizantes o pasivos/ activos:

$$D^t = \frac{P_s^t}{C_z^t}$$

(42.)

F^t : Balance financiero del sistema en cualquier tiempo t , definido como complemento a la unidad de la fracción entre gasto por pensiones, P^t , representado por la cuantía de la pensión correspondiente a la edad media de los pensionistas y la recaudación por cotizaciones, C^t , determinada por la cotización correspondiente a la edad media de los activos:

$$F^t = 1 - \frac{P(A_R, t) D^t}{C(A_C, t)} = 1 - \frac{r(j) y(A_B, 0) e^{\alpha^*((A_R-j)\lambda^* + (t-A_R+A_B) + \theta^*(j-A_B))} D^t}{c y(A_C, 0) e^{\alpha^* t}}$$

(43.)

si la expresión anterior, acudiendo a la idea de **Lapkoff (1985)**, se pone en función de la relación tasa de sustitución/tasa de cotización:

$$\frac{r(j)}{c} = \frac{1-F^t}{D^t} \frac{y(A_C, 0)}{y(A_B, 0)} e^{-\alpha^*((A_R-j)\lambda^*+(A_B-A_R)+\theta^*(j-A_B))} \quad (44.)$$

y considerando que, **F** y **D** son los promedios a los que se ve sujeta una determinada generación a lo largo del tiempo y que el perfil salarial inicial descrito se mantiene constante a lo largo del tiempo (tiene cambios proporcionales), sustituyendo en la ecuación 41, se obtiene una expresión derivada del tanto interno en la que aparece de forma explícita el balance financiero y los aspectos demográficos:

$$i \approx \frac{1}{A_R - A_C} \left[\ln \frac{1-F}{D} + \ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} \right] + (\alpha^* - \beta) \quad (45.)$$

La expresión 27 también se puede poner en función de la pensión y cotización promedio, ya que si el sistema está en equilibrio entonces:

$$P_S P_{A_R} = C_Z C_{A_C} \Rightarrow \frac{C_Z}{P_S} = \frac{P_{A_R}}{C_{A_C}} \quad (46.)$$

si suponemos constancia en la relación, se obtiene una expresión alternativa a la 27, aunque quizás menos ilustrativa:

$$i \approx \frac{\left[\ln \frac{P_{A_R}}{C_{A_C}} + \ln \frac{e_j}{C(a, j)(j-a)} \right]}{A_R - A_C} + (\alpha^* - \beta) \quad (47.)$$

APÉNDICE 3: TASA DE CRECIMIENTO DEMOGRÁFICO.

Para su demostración, en la que se toman ideas de Marquardt (1996), empleamos la siguiente notación:

$N(s)$: número de personas nacidas en el momento s .

$C_{A_C}^t$: importe de la cotización promedio correspondiente a los trabajadores activos en el período t .

$P_{A_R}^t$: importe de la pensión promedio correspondiente a los beneficiarios en t .

C_z^t : Población cotizante en el sistema en el período t .

P_s^t : Total de pensionistas del sistema en el período t .

En un momento cualquiera t , el conjunto de población cotizante vendrá dada por:

$$C_z^t = \int_{t-j}^{t-a} N(s) \cdot C(a, j) ds \quad (48.)$$

Por otra parte, el número total de pensionistas en el periodo s será igual a:

$$P_s^t = \int_{t-w}^{t-j} N(s) \cdot C(j, w) ds \quad (49.)$$

Tratándose de una población estable, el número de nacimientos en cada período crece o decrece a una tasa constante n , igual a la tasa de crecimiento de la población:

$$N(s) = N_0 \cdot e^{ns} \quad (50.)$$

donde N_0 denota el número de nacimientos en el momento cero.

Un sistema de reparto puro implica la existencia de equilibrio presupuestario en cada periodo t , es decir, el importe global de las cotizaciones recaudadas en el ejercicio es igual a la cuantía total de las pensiones a pagar en el mismo:

$$C_z^t \cdot C_{A_C}^t = P_s^t \cdot P_{A_R}^t \Rightarrow \frac{P_{A_R}^t}{C_{A_C}^t} = \frac{C_z^t}{P_s^t} \quad (51.)$$

sustituyendo (48) y (49) en la expresión anterior:

$$C_{A_C}^t \cdot \int_{t-j}^{t-a} N(s) \cdot C(a, j) ds = P_{A_R}^t \cdot \int_{t-w}^{t-j} N(s) \cdot C(j, w) ds \quad (52.)$$

si aplicamos el valor de $N(s)$ de acuerdo con la expresión (50):

$$C_{A_C}^t \cdot \int_{t-j}^{t-a} N_0 \cdot e^{ns} \cdot C(a, j) ds = P_{A_R}^t \cdot \int_{t-w}^{t-j} N_0 \cdot e^{ns} \cdot C(j, w) ds \quad (53.)$$

podemos aproximar la integral por el valor de la función integrando para el promedio de edad (o valor promedio) proyectado, por separado, para todo el intervalo de edades laborales y de jubilación:

$$C_{A_C}^t \cdot N_0 \cdot C(a, j) \cdot e^{n(t-A_C)} \cdot [j-a] \approx P_{A_R}^t \cdot N_0 \cdot C(j, w) \cdot e^{n(t-A_R)} \cdot [w-j] \quad (54.)$$

de acuerdo con (7): $C(j, w) \cdot [w-j] = e_j$, por lo que sustituyendo en la expresión anterior:

$$e^{n(A_R-A_C)} \approx \frac{e_j}{C(a, j) \cdot [j-a]} \cdot \frac{P_{A_R}^t}{C_{A_C}^t} \quad (55.)$$

despejando n en (55) y sustituyendo la expresión (51), obtenemos:

$$n \approx \frac{\ln \frac{e_j}{C(a, j) \cdot [j - a]} + \ln \frac{C_z^t}{P_s^t}}{A_R - A_C} \quad (56.)$$

de retomando la expresión (55), sustituyendo

$$\frac{P_{A_R}^t}{C_{A_C}^t} = \frac{1}{D} \quad (57.)$$

y despejando D, llegamos a la expresión (28)

APÉNDICE 4: OTRAS TABLAS

Tabla 4: Densidad de cotización y esperanza de vida según GRM95-GRF95

COEFICIENTE	HOMBRES	MUJERES	E _X	HOMBRES	MUJERES
C(25, 70)	0,939	0,973	e₇₀	16,95	22,91
C(25, 69)	0,942	0,974	e₆₉	17,63	23,74
C(25, 68)	0,945	0,975	e₆₈	18,33	24,57
C(25, 67)	0,949	0,977	e₆₇	19,03	25,42
C(25, 66)	0,951	0,978	e₆₆	19,75	26,28
C(25, 65)	0,954	0,979	e₆₅	20,47	27,15
C(25, 64)	0,957	0,980	e₆₄	21,20	28,02
C(25, 63)	0,959	0,981	e₆₃	21,94	28,91
C(25, 62)	0,962	0,982	e₆₂	22,69	29,79
C(25, 61)	0,964	0,983	e₆₁	23,46	30,68
C(25, 60)	0,966	0,984	e₆₀	24,23	31,58

Tabla 5: Desagregación del TIR . Hombres

EDAD	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	%TIR
70	0,062	-0,029	0,004	0,005	0,002	0,014	-0,02	3,91
69	0,063	-0,027	0,004	0,006	0,002	0,014	-0,02	4,10
68	0,063	-0,026	0,004	0,006	0,002	0,013	-0,02	4,29
67	0,063	-0,024	0,004	0,006	0,002	0,013	-0,02	4,48
66	0,064	-0,022	0,005	0,007	0,002	0,013	-0,02	4,67
65	0,064	-0,020	0,005	0,007	0,002	0,012	-0,02	4,87
64	0,062	-0,018	0,005	0,007	0,002	0,012	-0,02	4,79
63	0,059	-0,017	0,005	0,007	0,002	0,011	-0,02	4,68
62	0,056	-0,015	0,005	0,007	0,002	0,011	-0,02	4,55
61	0,052	-0,013	0,005	0,008	0,002	0,010	-0,02	4,37
60	0,048	-0,011	0,005	0,008	0,002	0,010	-0,02	4,15

Tabla 6: Desagregación del TIR . Mujeres.

EDAD	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	%TIR
70	0,058	-0,019	0,004	0,007	0,001	0,013	-0,02	4,34
69	0,057	-0,017	0,004	0,007	0,001	0,013	-0,02	4,50
68	0,057	-0,016	0,004	0,007	0,001	0,012	-0,02	4,66
67	0,057	-0,014	0,004	0,007	0,001	0,012	-0,02	4,82
66	0,058	-0,012	0,004	0,008	0,001	0,011	-0,02	4,98
65	0,058	-0,011	0,004	0,008	0,001	0,011	-0,02	5,14
64	0,055	-0,009	0,004	0,008	0,001	0,011	-0,02	5,06
63	0,053	-0,007	0,004	0,009	0,001	0,010	-0,02	4,95
62	0,050	-0,006	0,004	0,009	0,001	0,010	-0,02	4,81
61	0,047	-0,004	0,004	0,009	0,001	0,009	-0,02	4,64
60	0,043	-0,003	0,004	0,009	0,001	0,009	-0,02	4,43

Las columnas (1), (2), (3), (4), (5), (6) de las tablas 5 y 6 se corresponden con los conceptos expresados a través de los cocientes entre las ecuaciones (18)/(24), (19)/(24), (20)/(24), (21)/(24), (22)/(24), (23)/(24), respectivamente y la última columna de las tablas corresponde a la inflación cambiada de signo.

APÉNDICE 5: TABLA DE PENSIONES Y SALARIOS DEL SISTEMA

En primer lugar, se parte de una determinado perfil salarial por edades, que puede ser el observado u otro cualquiera. A partir de éste se generan los perfiles siguientes suponiendo un desplazamiento que afecta porcentualmente por igual a todos los niveles salariales por edad $y(x,t)=y(x,0)e^{\alpha t}$. La pensión correspondiente a los pensionistas de edad j durante el primer perfil se obtiene como producto de la base reguladora y la tasa de sustitución; a su vez la base reguladora es la media salarial de k años anteriores al momento de la jubilación:

$$S^k(j,0) = \frac{1}{k} ((y(j-1,-1) + y(j-2,-2) + y(j-3,-3) + \dots + y(j-k,-k))$$

(58.)

$$\begin{aligned}
S^k(j,0) &= \frac{1}{k} ((y(j-1,0)e^{-\alpha} + y(j-2,0)e^{-2\alpha} + y(j-3,0)e^{-3\alpha} + \dots + y(j-k,0)e^{-k\alpha}) \\
&\approx y(A_B,0)e^{-\frac{k+1}{2}\alpha} = y(A_B,0)e^{-(j-A_B)\alpha}
\end{aligned}
\tag{59.}$$

de manera análoga, para el año **1** obtendríamos la siguiente base reguladora:

$$S^k(j,1) = \frac{1}{k} ((y(j-1,0) + y(j-2,-1) + y(j-3,-2) + \dots + y(j-k,-k+1))
\tag{60.}$$

$$\begin{aligned}
S^k(j,1) &= \frac{1}{k} ((y(j-1,1)e^{-\alpha} + y(j-2,1)e^{-2\alpha} + y(j-3,1)e^{-3\alpha} + \dots + y(j-k,1)e^{-k\alpha}) \\
&= S^k(j,0)e^{\alpha} \approx y(A_B,1)e^{-\frac{k+1}{2}\alpha} = y(A_B,0)e^{-\frac{k+1}{2}\alpha}e^{\alpha} = y(A_B,0)e^{-(j-A_B)\alpha}e^{\alpha}
\end{aligned}
\tag{61.}$$

con lo que es fácil generalizar para cualquier año **t** el salario o base reguladora:

$$S^k(j,t) = \frac{1}{k} ((y(j-1,t-1) + y(j-2,t-2) + y(j-3,t-3) + \dots + y(j-k,t-k))
\tag{62.}$$

$$\begin{aligned}
S^k(j,t) &= \frac{1}{k} ((y(j-1,t)e^{-\alpha} + y(j-2,t)e^{-2\alpha} + y(j-3,t)e^{-3\alpha} + \dots + y(j-k,t)e^{-k\alpha}) \\
&= S^k(j,0)e^{t\alpha} \approx y(A_B,t)e^{-\frac{k+1}{2}\alpha} = y(A_B,0)e^{-\frac{k+1}{2}\alpha}e^{t\alpha} = y(A_B,0)e^{-(j-A_B)\alpha}e^{t\alpha}
\end{aligned}
\tag{63.}$$

De igual manera si se considera que, **k=j-a**, entonces obtendremos el salario promedio correspondiente a un pensionista de edad **j** en el tiempo **t**:

$$S^c(j,t) = \frac{1}{j-a} ((y(j-1,t-1) + y(j-2,t-2) + y(j-3,t-3) + \dots + y(a,t-(j-a))
\tag{64.}$$

$$\begin{aligned}
S^C(j, t) &= \frac{1}{j-a} ((y(j-1, t)e^{-\alpha} + y(j-2, t)e^{-2\alpha} + y(j-3, t)e^{-3\alpha} + \dots + y(a, t)e^{-(j-a)\alpha}) \\
&= S^C(j, 0)e^{t\alpha} \approx y(A_C, t)e^{-\frac{(j-a+1)}{2}\alpha} = y(A_C, 0)e^{-\frac{(j-a+1)}{2}\alpha} e^{t\alpha} = y(A_C, 0)e^{-(j-A_C)\alpha} e^{t\alpha}
\end{aligned}
\tag{65.}$$

Tabla 7: Evolución de los salarios y pensiones del sistema

Edad	t=0	t=0	t=1	t=n	t=A_Ra	t=A_Ra
a	y(a,0)	y(a,0)	y(a,1)=y(a,0)e ^α	y(a,0)e ^{αn}	y(a,0)e ^{α(A_R-a)}	y(a,0)e ^{α(A_R-a)}
A+1	y(a+1,0)	y(a+1,0)	y(a+1,0)e ^α	y(a+1,0)e ^{αn}	y(a+1,0)e ^{α(A_R-a)}	y(a+1,0)e ^{α(A_R-a)}
A+2	y(a+2,0)	y(a+2,0)	y(a+2,0)e ^α	y(a+2,0)e ^{αn}	y(a+2,0)e ^{α(A_R-a)}	y(a+2,0)e ^{α(A_R-a)}
A_C	y(A _C ,0)	y(A _C ,0)	y(A _C ,0)e ^α	y(A _C ,0)e ^{αn}	y(A _C ,0)e ^{α(A_R-a)}	y(A _C ,0)e ^{α(A_R-a)}
j-k	y(j-k,0)	y(j-k,0)	y(j-k,0)e ^α	y(j-k,0)e ^{αn}	y(j-k,0)e ^{α(A_R-a)}	y(j-k,0)e ^{α(A_R-a)}
j-(k+1)	y(j-(k+1),0)	y(j-(k+1),0)	y(j-(k+1),0)e ^α	y(j-(k+1),0)e ^{αn}	y(j-(k+1),0)e ^{α(A_R-a)}	y(j-(k+1),0)e ^{α(A_R-a)}
j-(k+2)	y(j-(k+2),0)	y(j-(k+2),0)	y(j-(k+2),0)e ^α	y(j-(k+2),0)e ^{αn}	y(j-(k+2),0)e ^{α(A_R-a)}	y(j-(k+2),0)e ^{α(A_R-a)}
.....						
A_B	y(A _B ,0)	y(A _B ,0)	y(A _B ,0)e ^α	y(A _B ,0)e ^{αn}	y(A _B ,0)e ^{α(A_R-a)}	y(A _B ,0)e ^{α(A_R-a)}
.....						
j-1	y(j-1,0)	y(j-1,0)	y(j-1,0)e ^α	y(j-1,0)e ^{αn}	y(j-1,0)e ^{α(A_R-a)}	y(j-1,0)e ^{α(A_R-a)}
j	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B)}	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B)}	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B)}	y(A _B ,0) r e ^{αn} e ^{-α(j-A_B)}	y(A _B ,0) r e ^{α(A_R-a)} e ^{-α(j-A_B)}	y(A _B ,0) r e ^{α((A_R-a)-(j-A_B))}
j+1	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B)} e ^{α(λ-1)}	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B-(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B-(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{αn} e ^{-α(j-A_B-(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{α(A_R-a)} e ^{-α(j-A_B-(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{α((A_R-a)-(j-A_B)+(λ-1))}
.....						
A_R	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B)} e ^{α(A_R-j)(λ-1)}	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B-(A_R-j)(λ-1))}	Y(A _B ,0) r e ^α e ^{-α(j-A_B-(A_R-j)(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{αn} e ^{-α(j-A_B-(A_R-j)(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{α(A_R-a)} e ^{-α(j-A_B-(A_R-j)(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{α((A_R-a)-(j-A_B)+(A_R-j)(λ-1))} =r y(A _B ,0) e ^{α((A_R-j)λ+(A_B-a))}
.....						
j+e_j-1	Y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B)} e ^{α(e_j-1)(λ-1)}	y(A _B ,0) r e ^{-α(j-A_B-(e_j-1)(λ-1))}	Y(A _B ,0) r e ^α e ^{-α(j-A_B-(e_j-1)(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{αn} e ^{-α(j-A_B-(e_j-1)(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{α(A_R-a)} e ^{-α(j-A_B-(e_j-1)(λ-1))}	y(A _B ,0) r e ^{α((A_R-a)-(j-A_B)+(e_j-1)(λ-1))}

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aaron, H. (1966):** "The social insurance Paradox" *Canadian Journal of Economic Review*. XXX-3. p.p. 371-374.
- Alvira, F.; J. García y F. Blanco (1996):** "Jubilación, Planes de Pensiones y Opinión Pública" *Perspectivas de Sistema Financiero* Núm. 56. p.p. 83-90.
- Arenas de Mesa, A. (1997):** Learning from de the privatizaticion of the social security system in Chile: macroeconomics effects, lessons and challenges. *Ph.D. Dissertation* University of Pittsburgh.
- Arenas de Mesa, A. y F. Bertranaou (1997):** "Learning from social Security reforms: Two different cases, Chile and Argentina" *World Development* 25 (3) p.p. 329-348.
- Arrau, P. (1991):** "La reforma previsional chilena y su financiamiento durante la transición". *Colección Estudios Cieplan*. Número 32. p.p. 5-44.
- Asociación Internacional de la Seguridad Social (1998):** *El debate sobre la reforma de la S.S. En busca de un nuevo consenso. Un resumen*. AISS. Ginebra.
- Ataliba, F. y O.S. Mitchell (1997):** "Privatizing Latin-American Retirement Systems", *Benefits Quarterly*, Third Quarter
- Bandrés, E. y A. Cuenca. (1998):** "Equidad Intrageneracional en las pensiones de jubilación. La reforma de 1997" *Revista de Economía Aplicada* VI (18), p.p. 119-140.
- Barea, J. (1997):** "La sostenibilidad financiera de un sistema de reparto" *Papeles de Economía Española*. Núm. 70 p.p. 216-225.
- Barea, J. y J.M. González-Páramo (1996):** *Pensiones y prestaciones por desempleo*. Fundación BBV Documenta. Bilbao.
- Bertín, H. D. y A. M. Perrotto (1997):** "Los nuevos regímenes de capitalización en América Latina: Argentina, Chile, Colombia, Costa Rica, México, Perú y Uruguay", en Serie Estudios Especiales SAFJP, Núm. 9.
- Boldrin, M.; J. Dolado; J. Jimeno y F. Peracchi (1999):** "The future of pension systems in Europe. A reappraisal". Documento de Trabajo 99-08, FEDEA.
- Boskin, M. y D. Puffert (1987):** "The impact of Social Security by cohort under alternative financing Assumptions". National Bureau of Economic Research W.P-2225. Cambridge. Massachusetts.
- Bravo, J. (1996):** "La tasa de retorno de los sistemas de reparto" *Estudios de Economía*. Universidad de Chile 23(1). p.p. 115-135.
- Brown, R. (1999):** "Security for Social Security". Ponencia presentada en el *III Congreso Panamericano sobre Seguridad Social* celebrado en Santa Fe de Bogotá (Colombia) del 29 de Septiembre al 1 de Octubre, organizado por la Asociación Colombiana de Actuarios.
- Devesa, J.E. y C. Vidal (1999):** "Perfiles de salarios y riesgo impositivo" *Actualidad Financiera*. Nueva época IV(2). p.p. 37-47.

- Durán, A. (1995):** "Rentabilidad de lo cotizado para pensiones" *Economistas*. Núm. 68. p.p. 10-18.
- Durán, A. y M.A. López García (1996):** "Tres análisis sobre la Seguridad Social: Un comentario" *Papeles de Economía Española*. Núm. 69. p.p.39-51.
- Espina, A. (1996):** "Hacia una reforma gradual de los sistemas de Pensiones en la OCDE" *Revista Internacional del Trabajo*. 115 (2). p.p. 195-222.
- Feldstein, M. (1998):** "A new era of Social Security" *The Public Interest*. 130-Winter. p.p. 102-125.
- GRMF-95 (1996):** "Probabilidades de mortalidad de las tablas GRMF-95, GKMF-95 y EVK-90" *Actuarios* Núm. 13 p.p. 29-33.
- Herce, J. y V. Pérez-Díaz (1995):** "La reforma del sistema público de Pensiones en España". Documento de trabajo "La Caixa" Núm.4 Barcelona
- Herce, J.A. (1997):** "La reforma de las pensiones en España: aspectos analíticos y aplicados" *Moneda y Crédito* Núm. 204. p.p. 105-159.
- Herce, J. y J. Alonso (1998):** "Los efectos económicos de la Ley de Consolidación de la S.S. Perspectivas financieras del sistema tras su entrada en vigor". Documento de trabajo 98-16, FEDEA.
- Jimeno, J.F. y O. Licandro (1999):** "La tasa interna de rentabilidad y el equilibrio financiero del sistema español de pensiones de jubilación". *Investigaciones Económicas*. XXIII (1), p.p. 129-143.
- Keyfitz, N. (1985):** "The demographics of unfunded pensions" *European Journal of Populations* Vol. 1 pp. 5-30.
- Kotlikoff, L.; K. Smetters y J. Walliser (1998):** "Social security: privatización and Progressivity" *American Economic Review* . 88 (2). p.p. 137-141.
- Lapkoff, S. (1985):** "Pay-as you-go retirement systems in Nonstable Populations" *Program in Population research W.P.*, Núm. 18 University of California, Berkeley.
- Lapkoff, S. (1988):** Population nonstability and cohort lifetime income. Ph.D. Dissertation University of California, Berkeley.
- Lapkoff, S. (1991):** "A research note on Keyfitz's -The demographics of unfunded pensions-" *European Journal of Populations* Vol. 7 p.p. 159-169.
- Marquardt, M. (1996):** "Increasing life expectancy and Pay-as-you-go pension Systems". Discussion Paper No. A-536 University of Bonn.
- Mateo Dueñas, R. (1997):** *Rediseño General del Sistema de Pensiones Español*. EUNSA.
- Meneu R. (1998):** "Equilibrio Financiero de las Pensiones de Jubilación en España 1995-2030" *Revista de Economía Aplicada* VI (17), p.p. 157-169.
- Mesa Lago, C. (1997):** "Social Welfare Reform in the Context of Economic-Political Liberalization: Latin American Cases" *World Development* 25 (4) p.p. 497-517.
- Monasterio, C.; I. Sánchez y F. Blanco (1996):** *Equidad y Estabilidad del Sistema de Pensiones Español*. Serie Economía Pública. Fundación BBV. Bilbao.

- Montero, M. (1999):** “Estructura demográfica y sistema de pensiones. Un análisis de equilibrio general aplicado a la economía Española”. *Investigaciones Económicas*. Próxima Publicación
- Muñoz de Bustillo, R. y F. Esteve. (1997):** “La crisis del sistema público de pensiones: ¿Un problema de eficiencia?” en Ochando, C.; C. Salvador y M.A. Tortosa. (1997) p.p. 105-151.
- Murphy, K. y F. Welch (1998):** "Perspectives on the social security crisis and proposed solutions" *American Economic Review* . 88 (2). p.p. 142-150.
- Ochando, C; C. Salvador y M.A. Tortosa. (1997):** *El sistema público de Pensiones: Presente y Futuro*. Germanía, Valencia.
- Pérez-Díaz, V; B. Álvarez-Miranda y E. Chuliá (1997):** “La opinión pública ante el sistema de Pensiones”. Documento de trabajo “La Caixa”, Núm.10.
- Piñera, J. y J. Weinstein (1996):** *Una propuesta de reforma del sistema de pensiones en España*. Circulo de Empresarios, Madrid.
- Rofman, R. (1993):** Social Security and Income Distribution: Mortality and Equity in Pension Plans. Ph.D. Dissertation University of California, Berkeley.
- Samuelson, P. (1958):** "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money" *The Journal of Political Economy*. LXVI (6). p.p. 467-482
- Schnabel, R. (1997):** *Internal rates of return of the German Pay as you go public pension system*. University of Mannheim Discussion Paper SFB 504.
- Seidman, L. (1998):** "The case for funding Social security" *The Public Interest*. 130-Winter. p.p. 93-101
- Turner, J.A. y N. Watanabe (1995):** *Private pension Policies in Industrialized Countries*. W. E. Upjohn Institute for Employment Research.
- Zubiri, I. (1996):** *Provisión Pública versus Provisión Privada de los Planes de Pensiones*. Fundación BBV. Bilbao.